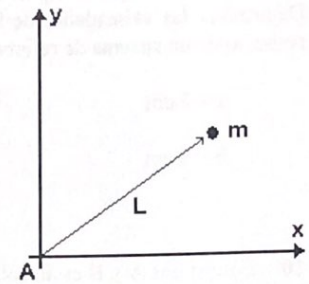
DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO

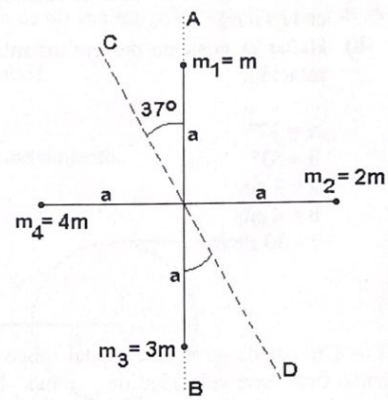
En todos los casos adoptar $|g| = 10\ m/s^2$

1 – Un punto material de masa m = 100 g está unido a un eje por una varilla de masa despreciable de L=100 cm de longitud en forma similar a la mostrada en la figura. El punto material parte del reposo y solo puede girar alrededor del punto A, realizando dicho movimiento en el plano del papel. Si se aplica permanentemente sobre el mismo y en dirección perpendicular a la varilla una fuerza de módulo 1 N.
¿Cuánto tardará dicha masa en alcanzar la frecuencia de 5 r.p.s.?



2 – Dado el sistema de masas puntuales de la figura unidas por varillas rígidas de longitud 2a y de masas despreciables,

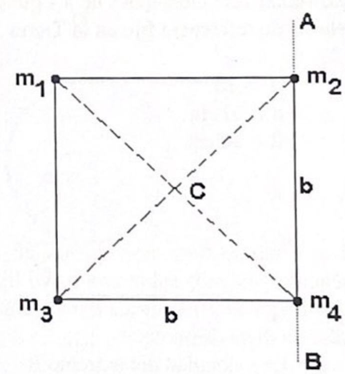
a) Encuentre el momento de inercia con respecto al eje AB y el radio de giro.
b) Repetir el punto anterior con respecto al eje CD.



3 – Los cuatro puntos materiales de masas iguales de la figura se encuentran ligados por varillas de masas despreciables,

a) encontrar el momento de inercia del sistema con respecto al eje perpendicular a la página que pasa por C.

b) calcular el radio de giro con respecto al eje AB.

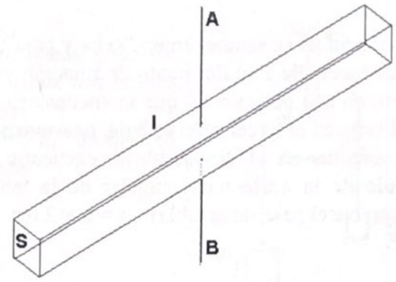


4 – Dada una varilla delgada homogénea de longitud l,

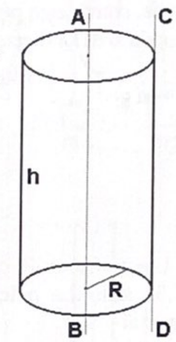
a) encontrar el momento de inercia con respecto al eje baricéntrico perpendicular a su longitud y calcular el radio de giro correspondiente.

b) repetir el punto anterior con respecto a un eje paralelo al anterior pasante por el extremo de la varilla.

c) Verificar la respuesta b) usando Teorema de Steiner

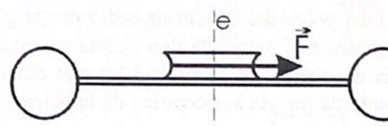


5 – Determinar los momentos de inercia de un cilindro recto macizo, con respecto a su eje de simetría y a cualquier generatriz, calculando en cada caso los radios de giro correspondientes.



6 – La pieza homogénea de la figura está constituida por una varilla de 1 m de largo y 1,2 kg de masa, 2 esferas de 0,2 m de radio y 0,1 kg de masa y una polea (cilindro) de 0,1 m de radio y 0,5 kg de masa. El sistema gira alrededor del eje de simetría bajo la acción de una fuerza horizontal constante de módulo 20 N que se ejerce mediante una soga arrollada al cilindro.
Determinar:

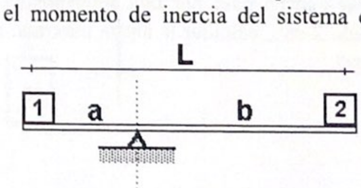
a) El radio de giro de la pieza respecto del eje de rotación.
b) La aceleración angular.



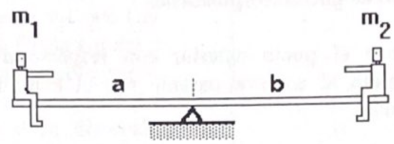
7 – Dos masas se encuentran sobre una barra rígida de peso despreciable a una distancia L de separación, en tal forma que la misma se encuentra en equilibrio. Determinar el momento de inercia del sistema con respecto a un eje perpendicular al plano de la figura que pasa por su punto de rotación.

$m_1 = 40$ kg

$m_2 = 30$ kg

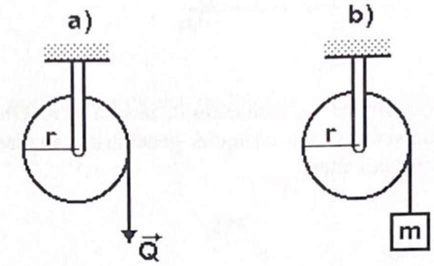


8 – Tres niños se sientan en un "sube y baja". Un niño de 40 kg y otro de 30 kg en los extremos opuestos a una distancia de 2 m del punto de rotación y el tercero en una posición tal que se encuentran en equilibrio. Si el tercer niño se baja, ocasionando en consecuencia el desequilibrio, encuentre el módulo de la aceleración angular de la tabla. (Desprecie el peso de la tabla)   a = b = 2 m

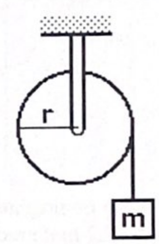


9 – Determinar el módulo de la aceleración lineal (aceleración tangencial de la polea) en los siguientes sistemas, compuesto por una polea de masa M y radio r y el módulo de la fuerza Q es:

$|\mathbf{Q}| = m\,g$

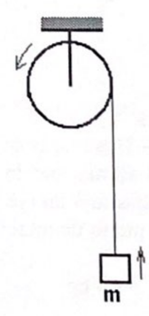


10 – Una polea de 40 cm de radio tiene un momento de inercia respecto de su eje de 1,92 kgm^2.La polea puede girar sin rozamiento alrededor de un eje fijo horizontal.
Sobre la polea está arrollada una cuerda inextensible y de masa y espesor despreciables. En su extremo libre se cuelga un cuerpo de masa 0,5 kg.
a) Calcular la aceleración de este cuerpo cuando desciende verticalmente.
b) Suponga ahora que el eje de la polea presenta rozamiento. Calcule la aceleración de m resultante si el momento de fricción tiene módulo de 2 Nm.

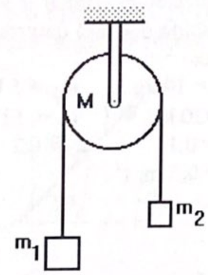


11 – Una polea de 20 cm de radio puede girar sin rozamiento alrededor de un eje fijo horizontal. Sobre dicha polea está arrollada una cuerda inextensible de espesor y masa despreciables. En su extremo libre se cuelga un cuerpo de masa 0,5 kg que desciende 40 cm en 2 segundos, a partir del reposo. Calcular el momento de inercia baricéntrico de la polea.

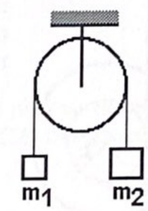
12 – Una polea de 20 cm de radio y 0,8 kgm^2 de momento de inercia respecto de su eje, gira sin rozamiento alrededor de un eje fijo horizontal. Sobre la polea está arrollada una cuerda inextensible y de masa y espesor despreciables. En su extremo libre cuelga un cuerpo de masa 5 kg.
Si este cuerpo pasa por una determinada posición con velocidad vertical hacia arriba y módulo 2 m/s, calcular la altura máxima, respecto de la posición anterior, a que llegará el cuerpo.



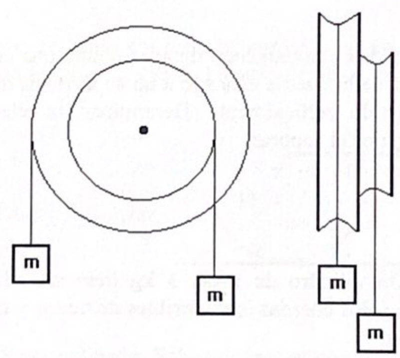
13 – Una polea cilíndrica de masa 40 kg y de radio 20 cm, puede girar sin rozamiento alrededor de un eje horizontal fijo. En su garganta existe una cuerda inextensible, sin espesor y sin masa, que no resbala sobre la polea.
En sus extremos hay dos cuerpos de masas m_1 = 5 kg y m_2 = 3 kg. Se deja en libertad al sistema. Determinar las aceleraciones de dichos cuerpos.



14 – Dos cuerpos de masas m_1 = 1 kg y m_2 = 2 kg están vinculados por una cuerda inextensible, de masa y espesor despreciable, que pasa por una polea de radio 20 cm y momento de inercia respecto del eje 0,88 kgm^2 que gira alrededor de un eje fijo horizontal. Durante dicho giro existe un momento de fricción constante de 1 Nm. Si se libera el dispositivo en el instante t = 0 hallar el valor de la velocidad angular de la polea en el instante t = 2 s.



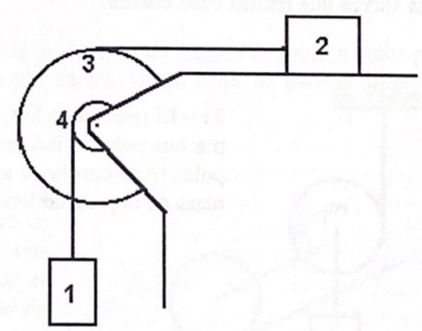
15 – Dos cilindros homogéneos y macizos, c/u de masas iguales a 1 kg, rígidamente unidos, pueden girar alrededor de su eje común, horizontal y fijo.
El radio del cilindro mayor es 40 cm y el del cilindro menor 20 cm.
Cada uno tiene arrollada una soga inextensible y de masa y espesor despreciables en cuyos extremos libres están fijos dos cuerpos iguales de masa 1 kg.



a) Hallar la aceleración angular de las poleas adosadas suponiendo el rozamiento en el eje despreciable.

b) Suponga ahora que se deja el sistema en libertad y se comprueba que uno de los cuerpos descendió 4 m en 2 s. Calcular el módulo del momento, supuesto constante, que las fuerzas de fricción ejercen sobre el eje de los cilindros.

16 – Al descender el cuerpo de masa m_1, hace girar la polea cilíndrica y desplaza hacia la izquierda el cuerpo de masa m_2. El coeficiente de roce cinético entre éste último cuerpo y el plano horizontal es 0,1. Aceptando que las cuerdas son inextensibles, de masas y espesores despreciables, calcular la altura que descendió el cuerpo 1 hasta quedar detenido a partir de la posición para la cual la polea tenía una velocidad angular de 3 s^{-1}.

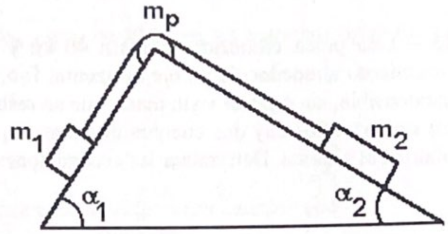


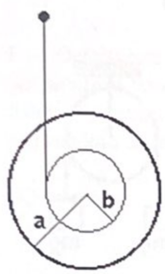
m_1 = 1kg m_2 = 20 kg

m_3 = 2 m_4 = 60 kg R_3 = 2 R_4 = 0,4 m

17 – En el dispositivo de la figura, la polea no tiene rozamiento y la soga es inextensible y de masa y espesor despreciables. Hallar la aceleración del cuerpo de masa m_2 sabiendo que está descendiendo.

Datos:
$m_1 = 10$ kg , $m_2 = 5$ kg ,
$m_p = 20$ kg , $\alpha_1 = 53°$, $\alpha_2 = 37°$
$\mu_1 = 0{,}1$ $\mu_2 = 0{,}2$
$I_p = 0{,}5\ m_p\ r^2$



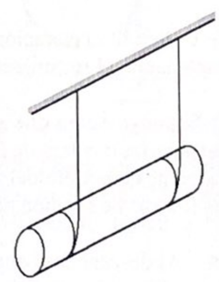


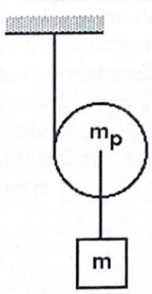
18 – Un yo–yo consiste en una masa de 100 g que tiene una cuerda inextensible y de masa despreciable enrollada y fija a su garganta como se muestra en la figura. (Considerar el radio interior la mitad del exterior). Suponer que la parte interna de radio b tiene masa despreciable. Si se deja en libertad:

a) Determinar el módulo de la aceleración del centro de masa del cilindro en su movimiento descendente.
b) Hallar la fuerza realizada por la cuerda.
(b = a/2)

19 – Un disco homogéneo tiene arrollada una cuerda inextensible de masa y espesor despreciables. El otro extremo de la cuerda está fijo a un soporte. El disco está enrollándose en la cuerda y su centro de masa está ascendiendo verticalmente. Determinar, la relación que existe entre el peso Q del disco y la fuerza F_s ejercida por el soporte.

20 – Un cilindro de masa 3 kg tiene enrolladas simétricamente cerca de sus extremos dos cuerdas inextensibles de masas y espesores despreciables suspendidas del techo.
Inicialmente el cilindro se encuentra ascendiendo con las dos cuerdas verticales con una velocidad de 4 m/s. Hallar
a) La máxima altura que alcanzará el cilindro.
b) La fuerza que realiza cada cuerda.

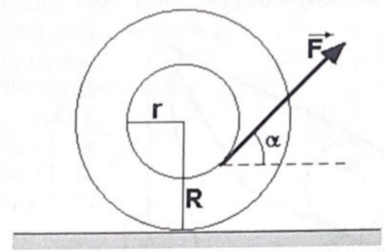




21 – El sistema de la figura que inicialmente se encuentra en reposo, está constituido por una polea cilíndrica de masa 6 kg y una pesa suspendida del eje de la polea. Si la polea tiene enrollado un hilo ideal cuyo extremo libre está unido al techo calcular la masa de la pesa sabiendo que su aceleración es 8 m/s^2.

22 – Un yo–yo de radio interior r y radio exterior R se halla en reposo sobre un piso con rozamiento. Se tira de él con una fuerza F mediante un hilo enrollado en torno al cilindro interior (siempre tangencialmente al cilindro de radio r) y formando un ángulo α con la horizontal.

Se observa que existe un ángulo α_C tal que para $\alpha < \alpha_C$ el carrete rueda sin deslizar en el sentido del cual se tira y para $\alpha > \alpha_C$ el yo–yo rueda sin deslizar en sentido contrario.



a) ¿Cuál es el valor del ángulo crítico α_C? ¿Cómo se podría calcular en forma sencilla?

b) Discutir el sentido de la fuerza de rozamiento en cada caso. Hallar su módulo. Hallar la a_{CM}. Con el $I_{CM} = \frac{1}{2} mR^2$, calcular para los casos en que $\alpha=0^o$; $\alpha=\alpha_C$; $\alpha=90^o$

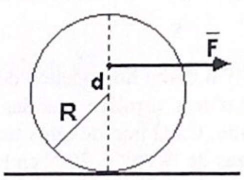
c) ¿Existe algún caso en que se anula la fuerza de rozamiento?

23 – Para el yo–yo del problema anterior, suponga que la superficie de contacto con el piso no presenta rozamiento. Hallar, para esta situación la aceleración angular y la aceleración lineal del CM. Despreciar la masa del cilindro interior de radio r.

Datos:

F = 2 N , m = 0,5 kg , $\alpha = 37^o$, r = 0,1 m , R = 0,2 m

24 – Sobre un cilindro de masa m y radio R que se encuentra rodando sin resbalar apoyado en un plano horizontal con rozamiento, actúa una fuerza horizontal F a una distancia d sobre el centro de masa, como se muestra en la figura. Hallar:



a) La aceleración del centro de masa del cilindro para d = 2 cm.
b) Para que valor de d, se anula la fuerza de rozamiento.
c) El valor de la fuerza de rozamiento si d = R.
d) Si d = R , para que valor de F el cilindro comenzará a rodar y deslizar.

Datos: m = 3 kg R = 0,1 m F = 15 N $\mu_e = 0,4$

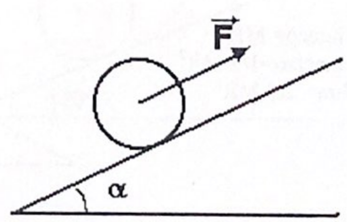
25 – Se deja caer un cilindro de masa m rodando sobre un plano inclinado. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático entre el cilindro y el plano es de 0,5, hallar el ángulo máximo que puede tener el mismo sin que el cilindro deslice sobre el plano.

26 – Una esfera maciza tiene una velocidad inicial de su CM de módulo 4 m/s cuando empieza a subir por un plano inclinado rodando sin resbalar. ¿A qué altura llega por encima de su nivel de partida antes de detenerse? Determinar la f_r en módulo, dirección y sentido.

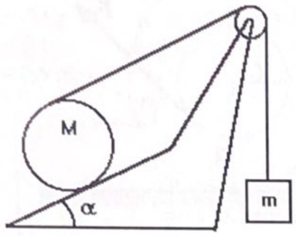
$I_{CM} = 2/5\ mr^2$

27 – Se tira de un cilindro de masa 2 kg que se encuentra sobre un plano inclinado con rozamiento por medio de una cuerda con una fuerza F como indica la figura. Hallar los valores de F y de la fuerza de rozamiento sabiendo que el cilindro asciende rodando sin resbalar con una aceleración de 2 m/s^2.

$\alpha = 37^o$



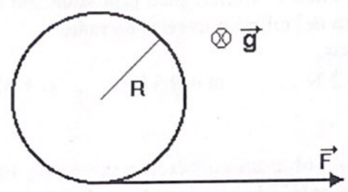
28 – Un cilindro de peso 10 N tiene enrollada una cinta delgada inextensible y de masa despreciable que pasa por una polea de masa despreciable y en cuyo extremo está fijo un cuerpo de peso 20 N.



Si $\alpha = 30^{\circ}$ y el cilindro está subiendo por el plano inclinado sin resbalar, hallar:

a) La aceleración del centro de masa del cilindro y del cuerpo.
b) El valor de la fuerza de rozamiento, su dirección y sentido.
c) La intensidad de la fuerza que soporta la cuerda.

29 – Sobre una superficie horizontal sin rozamiento, se tira con una fuerza F un cilindro de radio R y masa m. Se aplica la fuerza mediante un hilo arrollado en torno al cilindro, partiendo del reposo. Determinar la posición y velocidad angular t segundos después.



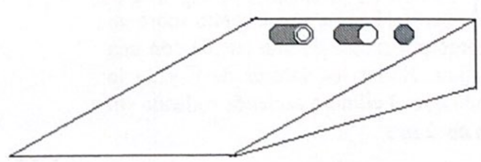
30 – Un disco homogéneo de 100 kg y 0,5 m de radio se coloca plano sobre el hielo ($I_{CM} = \frac{1}{2} MR^2$). Dos patinadores arrollan cuerdas inextensibles y de masas despreciables alrededor del disco en el mismo sentido. Cada uno de ellos tira de su cuerda y patina (partiendo del reposo) alejándose de modo que ejercen fuerzas de 30 N y 20 N en la misma dirección y sentido contrario. Expresar:

a) La velocidad y posición del centro de masa.
b) La velocidad angular en función del tiempo.

31 – Una rampa de 2 m de longitud, se ajusta a un ángulo de 5° con la horizontal. Inicialmente se encuentra en la parte superior un cilindro macizo de radio R y masa m, una esfera maciza de radio R y masa m, y un tubo de paredes delgadas de radio R y masa m.
Se sueltan simultáneamente y ruedan sin resbalar. Hallar:

a) Las aceleraciones de cada cuerpo.
b) Cuánto tiempo tarda en llegar cada uno a la base de la rampa.
c) Repetir a) y b) para una partícula que desliza por un plano inclinado sin rozamiento y con la misma pendiente. Comparar con los valores anteriores.

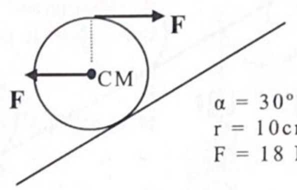
Icil hueco= MR^2
Icil macizo=$1/2\ MR^2$
Iesfera= $2/5\ MR^2$



32 – Un cilindro homogéneo de masa m = 3 kg apoyado sobre un plano inclinado tiene aplicada una cupla (par de fuerzas de igual módulo y dirección, no colineales y de sentidos opuestos como indica la figura). Hallar

a) el mínimo coeficiente de roce estático para que suba rodando sin deslizar

b) la aceleración del CM en ese caso.



$\alpha = 30°$
$r = 10cm$
$F = 18\ N$

Trabajo – Energía
Impulso – Momento de la cantidad de movimiento

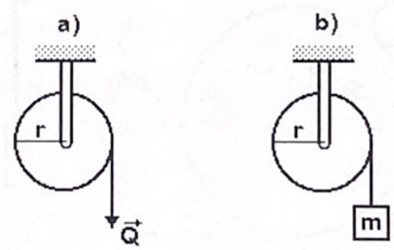
33 – Encuentre la energía de rotación de la Tierra (como esfera uniforme) en torno de su eje. La masa de la Tierra es de $5{,}98.10^{24}$ kg y su radio aproximadamente $6{,}4.10^{6}$ m.

34 – Un aro rueda sin deslizar cuesta abajo por la ladera de una colina partiendo del reposo. Cuando alcanza la base, el módulo de su velocidad es de 8 m/s. ¿Desde qué altura de la base fue soltado? ¿Con qué velocidad llegaría una partícula que desciende sin rozamiento desde la altura calculada? $I_{CM}=MR^2$
Compare e interprete físicamente las diferencias.

35 – a) ¿Qué trabajo realizará la fuerza que ejerce la cuerda enroscada sobre el volante de masa 4 kg y radio 10 cm de la figura a), si se tira con una fuerza constante Q de módulo 2 N haciendo describir al volante una vuelta completa? (Cuerdas inextensibles y masas despreciables)

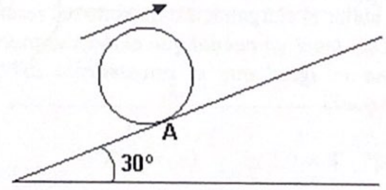
b) Calcular el trabajo realizado por la fuerza que ejerce la cuerda si el extremo de la misma se encuentra un cuerpo de peso 2 N, (figura b) al girar una vuelta completa.

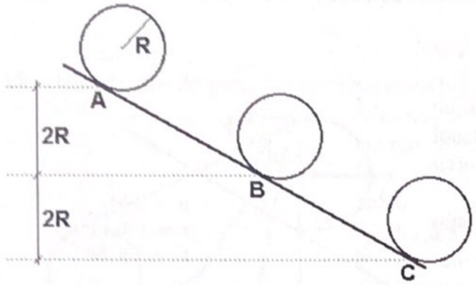
c) Hallar en ambos casos la velocidad angular final del volante. Se parte del reposo.



36 – Una esfera homogénea (I_{CM}= 2/5 mr^2) sube rodando sin resbalar por un plano inclinado 30° con la horizontal. En un punto de su trayectoria el centro de masa de la esfera tiene una velocidad de módulo 10 m/s. Hallar:

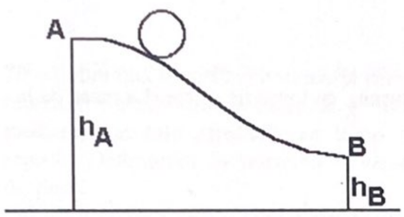
a) la distancia recorrida por el centro de masa hasta el punto en que se detiene.
b) el tiempo que tarda en regresar desde este último punto hasta el de partida.



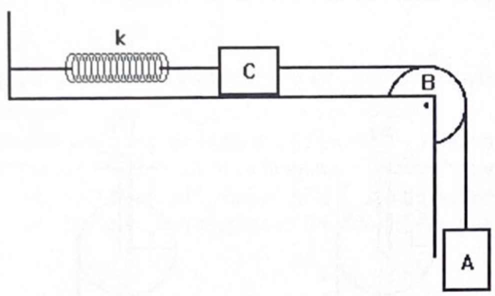


37 – Un cilindro de radio R parte del reposo en A y rueda sin resbalar hacia abajo de un plano inclinado hasta B. De B hasta C la superficie es lisa (sin fricción).
Los desniveles entre A y B y entre B y C son ambos iguales a 2 R.
Hallar:

a) La velocidad del centro de masa del cilindro en B.
b) La velocidad angular del cilindro en B.
c) La velocidad del centro de masa y la velocidad angular del cilindro en C.



38 – Una esfera maciza parte del reposo desde el punto A de la figura y rueda sin resbalar hasta que sale disparada horizontalmente en el extremo B. Calcular a que distancia horizontal de B la esfera llega a la base horizontal.
h_A = 54 m
h_B = 14 m



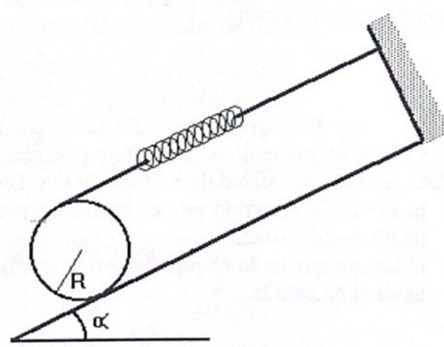
39 – En el instante inicial el bloque A desciende con una velocidad 5 m/s. El cilindro B es homogéneo y gira sin rozamiento y el cuerpo C presenta rozamiento sobre el plano horizontal. El resorte está estirado 0,5 m y su constante elástica es de 50 N/m.
¿Cuál es la velocidad de A después de descender 1 m?

$m_A = 3$ kg $m_B = m_C = 2$ kg

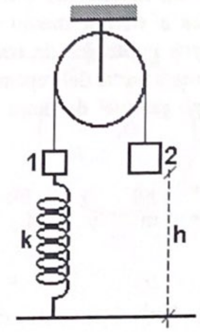
$\mu = 0,35$

40 – El aro de radio R de la figura pesa 20 N rueda sin resbalar sobre el plano inclinado. En el instante inicial la velocidad del centro de masa de la rueda es 1 m/s hacia abajo y el resorte está extendido 0,2 m. Si la constante elástica del resorte es 100 N/m, hallar el alargamiento máximo del resorte.
AYUDA: tener en cuenta que el desplazamiento del CM no es igual que el estiramiento del resorte (¿por qué?)

$\alpha = 37^\circ$ R = 0,5 m $I_{CM} = m.R^2$



41 – En el sistema de la figura el resorte de constante elástica k y de masa despreciable se encuentra en un extremo fijo al piso y en el otro a la masa 1. La polea es cilíndrica y su masa es M. Los bloques suspendidos inicialmente se encuentran a la misma altura. Cuando el sistema se deja en libertad el resorte está estirado 1 m.



a) Calcular el módulo de la velocidad del bloque 2 cuando llega al piso.

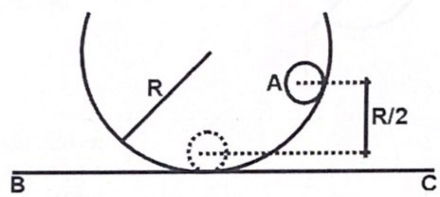
b) ¿Cuál sería el trabajo realizado por el rozamiento en el eje de la polea si se detiene justo al llegar al piso?

Datos: $m_1 = 8$ kg ; $m_2 = 15$ kg ; $k = 20$ N/m
$M = 2$ kg ; $h = 4$ m

42 – Un cilindro homogéneo de radio 5 cm puede moverse en el interior de una superficie cilíndrica de radio 60 cm. $I_{CM} = ½\ mr^2$.

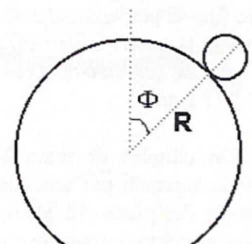
La superficie de la mitad derecha presenta rozamiento de modo que el cilindro rueda sin resbalar. La mitad izquierda está exenta de rozamiento.

Inicialmente el centro de masa del cilindro se encuentra en reposo en el punto A. Hallar la altura respecto del plano BC que alcanza el cilindro cuando asciende sobre la mitad izquierda.

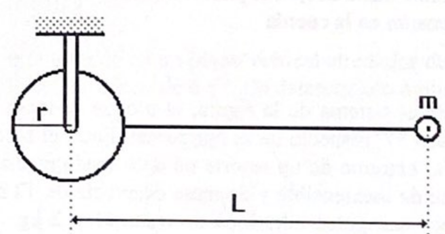


43 – Una esfera homogénea ($I_{CM} = 2/5\ mr^2$) parte del reposo desde un punto de la generatriz superior de un cilindro y desciende rodando sin resbalar sobre la superficie cilíndrica.

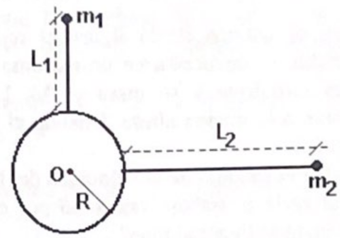
Hallar el ángulo ϕ que forma el radio que pasa por el punto en que la esfera abandona la superficie cilíndrica.



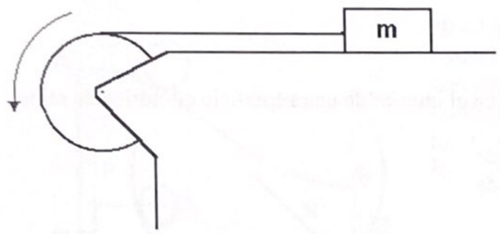
44 – La masa puntual m de la figura, está fija rígidamente al disco por medio de la barra de peso despreciable. La distancia entre el centro del disco y la masa m es L. Si el momento de inercia del disco es I_0, ¿Cuál será el módulo de la velocidad lineal con que se moverá la masa m cuando el sistema se libera del reposo desde esa posición y el disco gira de manera que m esté directamente debajo del eje de rotación?



45 – Un disco homogéneo de radio 50 cm y masa 19 kg puede girar sin rozamiento alrededor de un eje fijo horizontal. Lleva unidos a el, por medio de barras de masas despreciables, dos cuerpos puntuales de masas m_1 y m_2. Si se deja en libertad al sistema a partir del reposo, calcular el módulo de la velocidad del cuerpo puntual de masa m_2 cuando pasa por su posición más baja.

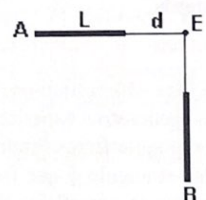


$m_1 = 1$ kg y $m_2 = 2\,m_1$
$L_1 = 1$ m y $L_2 = 2$ m

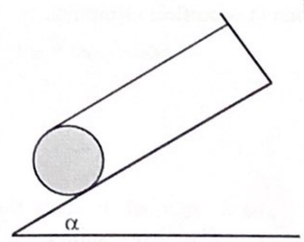


46 – La polea mostrada en la figura (sin fricción en su eje) tiene un momento de inercia de 2 kgm^2. Inicialmente se hace girar la polea de radio 0,5 m en el sentido indicado de manera tal que el bloque de masa 5 kg es empujado a lo largo de la mesa a una velocidad de 3 m/s. La cuerda se enrolla sin deslizar.
Si se deja libre al sistema, este llega al reposo después que el bloque se desplaza 50 cm. Hallar la intensidad de la fuerza de rozamiento sobre el bloque.

47 – Una barra homogénea de masa m y longitud L= 3 m está vinculada a otra de masa despreciable y de longitud d= 1,5 m y puede girar sin rozamiento alrededor del eje fijo E perpendicular al plano del dibujo. Se libera en posición horizontal y al llegar a la posición vertical se desprende del eje E. Hallar la velocidad angular de la barra un segundo después de haber pasado por su posición vertical.
$I_{CM} = 1/12\ mL^2$

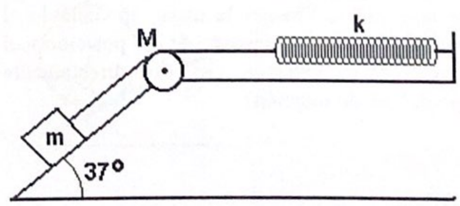


48 – Un cilindro de masa M y radio r descansa sobre un plano inclinado sujetado por una cuerda tangente al cilindro y paralela a la superficie del plano. El plano está inclinado en un ángulo α con la horizontal, como se muestra en la figura. Hallar:
a) el valor mínimo del coeficiente de roce estático para que el cilindro no resbale hacia abajo del plano inclinado
b) la tensión en la cuerda



49 – En el sistema de la figura, el bloque de masa $m_1 = 1$ kg está inicialmente en reposo sobre un plano inclinado 37° respecto de la horizontal. Entre el bloque y el plano no existe rozamiento. Dicho bloque está unido al extremo de un resorte no deformado mediante una cuerda inextensible y de masa despreciable. El hilo pasa por una polea cilíndrica de masa M = 2 kg. Se deja el sistema en libertad, y el bloque desciende sobre el plano inclinado. Hallar la velocidad del mismo cuando ha recorrido 0,5m sobre dicho plano.

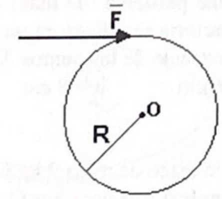
k = 16 N / m



50 – Un disco de radio 20 cm puede girar alrededor de O apoyado sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Inicialmente está girando en sentido de las agujas del reloj con una velocidad angular de 20 s^{-1}. Se le aplica una fuerza constante de 30 N tangente al borde del disco como indica la figura durante 1 segundo. Como resultado se observa que el disco continúa girando ahora con una velocidad angular de 100 s^{-1}. Hallar:

a) El impulso del momento de la fuerza.

b) El momento de inercia del disco.



51 – Un hombre está parado verticalmente sobre el eje de una plataforma que gira sin rozamiento alrededor de un eje vertical con frecuencia de 1 r.p.m. Sus brazos están estirados y sostiene una pesa en cada mano. En esa posición el momento de inercia total del conjunto con respecto al eje es 6 kgm^2. Al acercar las pesas al cuerpo el momento de inercia disminuye hasta 4 kgm^2.

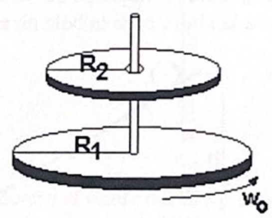
a) ¿Cuál es el módulo de la velocidad angular de la plataforma en la última posición?

b) Calcule el trabajo de todas las fuerzas involucradas en este proceso.

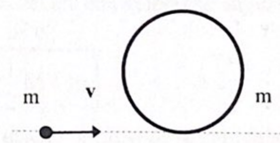
52 – Un disco homogéneo de radio 50 cm y masa 10 kg, está girando en un plano horizontal alrededor de un eje vertical que pasa por su centro a razón de 300 revoluciones por minuto. Un segundo disco de radio 30 cm y masa 8 kg, inicialmente en reposo, está situado por encima del primero y montado en el mismo eje, se deja caer sobre el primer disco de modo que quedan unidos. Hallar:

a) La velocidad angular del conjunto formado por los discos.

b) La pérdida de energía cinética como consecuencia del choque entre los dos discos.



53 – Un aro circular de masa m y radio R descansa sobre una superficie horizontal sin roce. Una bala, también de masa m, que se movía inicialmente como indica la figura con velocidad v, choca con el aro y queda adherida a él. Describir el movimiento del sistema después del choque y calcular sus velocidades (vCM y ω).
(Sugerencia: Ubicar previamente el centro de masa del sistema)

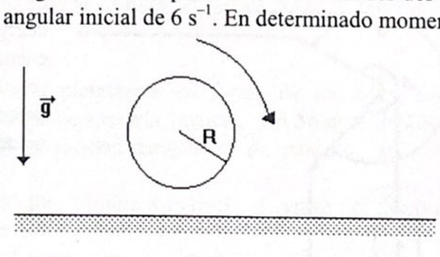


54 – Un disco homogéneo de radio 50 cm y masa 5 kg está girando en un plano vertical alrededor del eje perpendicular al dibujo que pasa por su CM con velocidad angular inicial de 6 s^{-1}. En determinado momento se pone en contacto con una superficie horizontal. Sabiendo que el coeficiente de roce cinético entre el disco y la superficie horizontal es 0,2. Calcular:

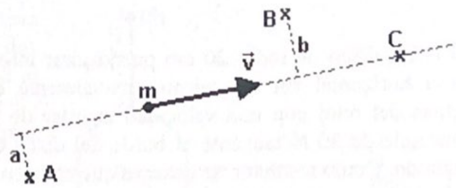
a) El tiempo que transcurrirá hasta el instante en que ruede sin resbalar.

b) La velocidad del centro de masa del disco mientras rueda sin resbalar.

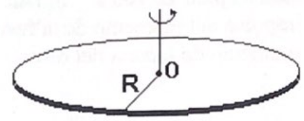
c) Los valores de la fuerza de rozamiento que actúan sobre el disco en las situaciones a) y b).



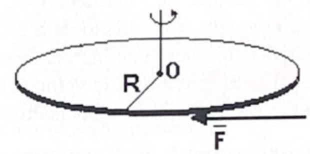
55 – a) Calcular el momento de la cantidad de movimiento de una partícula de masa m = 200 g que se desplaza en trayectoria rectilínea en un plano horizontal con velocidad v, respecto de los puntos A, B y C de la figura.
a = 6 cm b = 8 cm m = 200 g v = 4 m/s



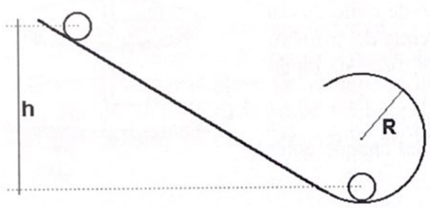
b) Un disco de masa 2 kg y radio 20 cm (I_{CM}= ½ mR^2) gira alrededor de la vertical que pasa por O, dando 50 vueltas por segundo en el sentido indicado en la figura. Hallar el momento de la cantidad de movimiento del disco respecto de O.



c) Hallar el valor de la fuerza F perpendicular a R, en el mismo plano y de módulo constante, que sería necesario aplicar en el borde del disco de la parte b) para frenarlo en 10 segundos.

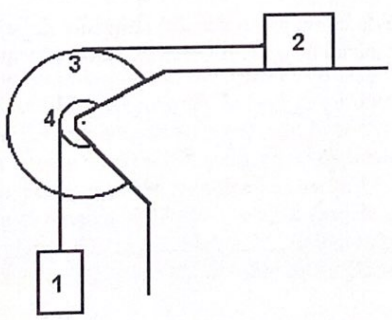


56 – Una bola homogénea de radio r rueda sin deslizar a lo largo de una vía que forma un bucle. Parte del reposo a la altura h. Si la bola no abandona la vía en la parte superior del bucle y R es el radio del bucle.



a) Cuál debe ser el valor mínimo de h.
b) Cuál es la altura mínima si la bola se desliza a lo largo de la vía sin rozamiento.

57 – Resolver el problema 16 usando consideraciones energéticas: Al descender el cuerpo de masa m_1, hace girar la polea cilíndrica y desplaza hacia la izquierda el cuerpo de masa m_2. El coeficiente de roce cinético entre éste último cuerpo y el plano horizontal es 0,1. Aceptando que las cuerdas son inextensibles, de masas y espesores despreciables, calcular la altura que descendió el cuerpo 1 hasta quedar detenido a partir de la posición para la cual la polea tenía una velocidad angular de 3 s^{-1}.

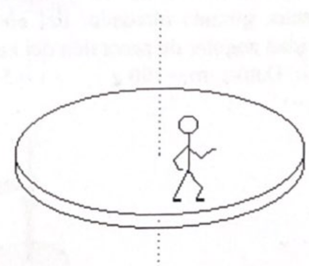


m_1 = 1kg m_2 = 20 kg
m_3 = 2 m_4 = 60 kg R_3 = 2 R_4 = 0,4 m

58 – Se monta una plataforma circular sobre un eje vertical sin rozamiento. Su radio es 2 m y su momento de inercia respecto del eje 280 kgm^2. Inicialmente está en reposo. Un hombre de 70 kg que está de pie en el borde de la plataforma empieza a pasear a lo largo del borde a una velocidad de 1 m/s respecto al suelo.

a) Cuál es la velocidad angular de la plataforma.

b) Cuando el hombre haya recorrido una vuelta alrededor de la plataforma, cuál será su desplazamiento angular respecto del suelo.



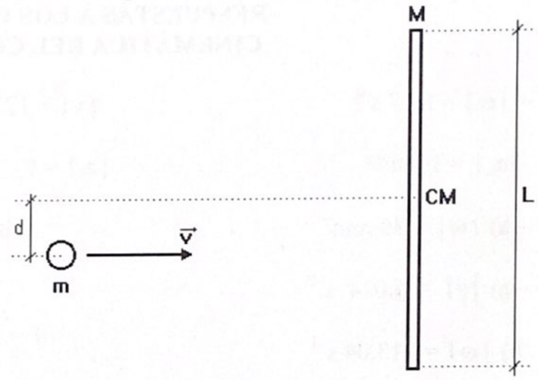
59 – Una varilla homogénea (I_{CM}= 1/12 ML^2) descansa sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Tiene masa M y puede moverse libremente de cualquier manera sobre la mesa. Un pequeño disco de masa m se mueve según indica la figura con velocidad v y choca en forma perfectamente elástica contra la regla.

a) ¿Qué magnitudes se conservan en el choque?

b) ¿Cuál debe ser el valor de la masa m del disco para que quede en reposo inmediatamente después del choque?

c) Resuelva el punto anterior para los siguientes datos:
M = 1 kg L = 1 m d = 0,2 m y
v = 20 m/s

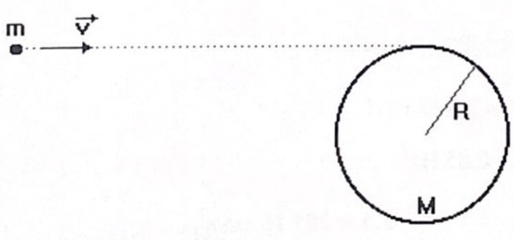
d) Calcule cuál será la velocidad del centro de masa de la regla, su velocidad angular y la velocidad de la masa incidente después del choque para el caso en que m = 1 kg (usando los otros datos del ítem c).



60 – Una pequeña partícula de masa m que posee una velocidad v_0, choca contra el borde del disco de masa M y radio R de la figura que puede girar libremente alrededor de un eje fijo que pasa por su centro, y queda unido a ella;

a) demostrar que después de la colisión el disco queda girando en torno del eje con velocidad angular:

$$\omega = \frac{m\, v_0}{R\left(\frac{1}{2}M + m\right)}$$



donde v_0 es la velocidad original de la partícula.

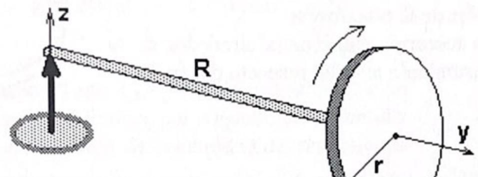
b) si R = 20 cm, M = 1,4 kg, m = 100 g y v_0 = 40 m/s, calcular la pérdida de energía a causa del choque.

61 – Una plataforma en forma de un disco sólido uniforme de radio 6 m y masa 200 kg gira alrededor de su eje de simetría vertical. Un hombre de 100 kg está parado en el borde exterior y moviéndose a una velocidad tangencial de módulo 0,2 m/s, despreciando el rozamiento sobre el eje.

a) ¿Con qué velocidad angular girará el disco si el hombre camina 3 m hacia el centro del disco a lo largo de un radio?

b) Hallar la variación de energía cinética del sistema hombre disco y el trabajo que realizó la persona sobre el disco. Explique la causa de la diferencia en los resultados.

62 – Un disco de masa m y radio r, está situado a una distancia del eje z. como muestra la figura, se encuentra girando alrededor del eje y con una velocidad angular w en un plano horizontal. Hallar la velocidad angular de precesión del disco alrededor del eje z. El disco en ningún momento toma contacto con el piso. Datos: m = 100 g   r = 5 cm   R = 10 cm $\omega = 100\ s^{-1}$ $g = 9{,}8\ m/s^2$



RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS DE CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO

1 – $|\boldsymbol{\omega}| = 8{,}17\ s^{-1}$ $|\mathbf{v}| = 122{,}55$ cm/s

$|\mathbf{a}_n| = 10\ m/s^2$ $|\mathbf{a}_t| = 0$

2 – a) $|\boldsymbol{\omega}| = 36\ min^{-1}$ b) n = 43,45 vueltas

3 – a) $|\gamma| = 5{,}024\ s^{-2}$

b) $|\boldsymbol{\omega}| = 113{,}04\ s^{-1}$

c) $|f_f| = 1080$ r.p.m.

d) $|\mathbf{v}(0)| = 1{,}256$ m/s $|\mathbf{v}(20)| = 11{,}304$ m/s

e) $|\mathbf{a}_t(0)| = 0{,}5\ m/s^2$ $|\mathbf{a}_n(0)| = 15{,}78\ m/s^2$

$|\mathbf{a}_t(20)| = 0{,}5\ m/s^2$ $|\mathbf{a}_n(20)| = 1277{,}8\ m/s^2$

f) t = 7,91 s

4 – a) $|\boldsymbol{\omega}_o| = 5{,}34\ s^{-1}$; $f = 0{,}85\ s^{-1} = 0{,}85$ Hz

b) $|\gamma| = 0{,}267\ s^{-2}$;   c) $|\mathbf{a}_t| = 2{,}67$ cm/s $|\mathbf{a}_n| = 285{,}15\ cm/s^2$

5 – a) $|\boldsymbol{\omega}| = 573{,}25°/s = 10$ rad/s

b) $|\gamma| = 2{,}512\ s^{-2}$

c) $|\mathbf{a}| = 1{,}256\ m/s^2$ $|\boldsymbol{\omega}| = 25{,}12\ s^{-1}$

7 – a) $|\boldsymbol{\omega}| = 50\ s^{-1}$ b) $|\gamma| = 5\ s^{-2}$ c) $|x| = 100$ m

8 – a) Traslación pura

b) $\mathbf{r} = 0$ (rotación pura) $|\boldsymbol{\omega}| = 1\ s^{-1}$

c) $\mathbf{r} = 5$ cm $\mathbf{j}$ $|\boldsymbol{\omega}| = 2\ s^{-1}$

d a) $\mathbf{r} = 15$ cm $(-\mathbf{j})$; $|\boldsymbol{\omega}| = 0{,}4\ s^{-1}$

e) incompatibles f) $\mathbf{r} = 6{,}66$ cm/s $(-\mathbf{j})$; $|\boldsymbol{\omega}| = 0{,}6\ s^{-1}$

9 – a) $\mathbf{v}_B = 25{,}12$ cm/s i

b) $|\mathbf{v}_A| = 8{,}88$ cm/s $\alpha = -45°$

c) $\mathbf{v}_C = -12{,}56$ cm/s $\mathbf{i}$

10 – a) $\mathbf{v}_B = -3{,}42$ cm/s $\mathbf{i}$ + 4,56 cm/s $\mathbf{j}$

b) Sobre el segmento AB a 3,18 cm de A

11 – $|\mathbf{v}_P| = 173{,}15$ cm/s $\alpha = 30°$

$\mathbf{v}_Q = -50$ cm/s $\mathbf{i}$

12 – a) $\mathbf{v}_B = 2{,}25$ m/s $\mathbf{i}$ $|\mathbf{v}_B| = 2{,}25$ m/s
b) $\mathbf{v}_C = 1{,}125$ m/s $\mathbf{i}$ - 1,5 m/s $\mathbf{j}$ $|\mathbf{v}_c| = 1{,}875$ m/s

————000————

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS DE

DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO

1 – t = 3,14 s

2 – a) $I_{AB} = 6ma^2$; $\rho = 0{,}775$ a

b) $I_{CD} = 5{,}28\ ma^2$; $\rho = 0{,}727$ a

3 – a) $I_{CC} = 2\ mb^2$; $\rho = 0{,}707$ b

4 – a) $I_G = ml^2/12$; $\rho = 0{,}29$ l

b) $I = ml^2/3$; $\rho = 0{,}58\ L$

5 – a) $I_G = mR^2/2$; $\rho = 0{,}707\ R$
b) $I = 3/2.mR^2$; $\rho = 1{,}2247\ R$

6 – a) $R_G = 0{,}327\ m$ b) $\gamma = 9{,}818\ s^{-2}$

7 – $I_{AA} = 17{,}14\ kg\ L^2$

8 – $\gamma = 0{,}71\ s^{-2}$

9- a) $a = Q\ \dfrac{r^2}{I}$ b) $a = \dfrac{Q}{\left(m + \dfrac{I}{r^2}\right)}$

10 – $a = 0{,}4\ m/s^2$ b) $a = 0$; $v = cte$

11 – $I = 0{,}98\ kgm^2$

12 – $h = 1\ m$

13 – $a = 0{,}71\ m/s^2$

14 – $\omega = 2\ s^{-1}$

15 – a) $\gamma = 6{,}67\ s^{-2}$ b) $M_{fr} = 0{,}5\ N\ m$

16 – $h = 1{,}297\ m$

17 – $a_2 = 2{,}56\ m/s^2$ (en sentido contrario a la velocidad)

18 – a) $T_s = 0{,}66\ N$ b) $a_{CM} = 3{,}33\ m/s^2$

19 – $Q/F_s = 3$

20 – a) 1,2 m b) 5 N

21 – $m = 6\ kg$

22 – a) $\cos \alpha_c = r / R$

b) Para $\alpha = 0°$: $a_{CM} = \dfrac{2}{3}\dfrac{F}{m}\left(1 - \dfrac{r}{R}\right) \Rightarrow f_r = +\dfrac{1}{3}\left(1 + 2\dfrac{r}{R}\right)F$

Para $\alpha = \alpha_c$: $\alpha_c = \arccos\dfrac{r}{R} \Rightarrow a_{CM} = 0 \Rightarrow f_r = +\dfrac{r}{R}F$

Para $\alpha = 90^{\circ}$: $a_{CM} = +\frac{2}{3}\frac{r}{R}\frac{F}{m} \Rightarrow f_r = +\frac{2}{3}\frac{r}{R}F$ c) No

23 – $\gamma = 20\ s^{-2}$ $a = 3{,}2\ m/s^2$

24 – a) $a = 4\ m/s^2$ (hacia la derecha); fr= 3N (horizontal hacia la izquierda)
b) $d = 5$ cm   c) fr = 5 N (hacia la derecha);
d) F = 36 N (horizontal hacia la derecha); $a_{CM} = 16\ m/s^2$ (horizontal hacia la derecha)

25 – $\alpha = 56{,}3^{\circ}$

$\frac{2}{7}$ m g sen α

26 – h = 1,12 m   ; fr = ~~2 m g~~ senα (paralela al plano hacia ~~la derecha~~ arriba)

27 – F = 18 N   ; fr = 2 N (hacia la izquierda)

28 – a) $a_c = 3{,}68\ m/s^2$; $a_m = 7{,}36\ m/s^2$
b) fr = 3,4 N paralela al plano y hacia arriba   ;   c) T = 5,28 N

29 – $x = \frac{F\,t^2}{2\,m}$; $w = \frac{F\,R\,t}{I_0}$

30 – a) $v_{CM} = 0{,}1\ m/s^2\ t$; $r_{CM} = 0{,}05\ m/s^2\ t^2$ b) $\omega = 2\ t\ s^{-2}$

31 – a) $a_C = 0{,}581\ m/s^2$ $a_T = 0{,}436\ m/s^2$ $a_E = 0{,}623\ m/s^2$
b) $t_C = 2{,}62$ s $t_T = 3{,}03$ s $t_E = 2{,}53$ s
c) $a_P = 0{,}87\ m/s^2$ $t_P = 2{,}14$ s

32 – a) $\mu e = 0{,}65$ b) $a_{CM} = 0{,}66\ m/s^2$

33 – $Ec = 2{,}59 .\ 10^{29}$ J

34 – h = 6,4 m $v_P = 11{,}3$ m/s

35 – a) L = 1,256 J   b) 1,13 J   c) $\omega_a = 11{,}2\ s^{-1}$ $\omega_b = 10{,}69\ s^{-1}$

36 – a) l = 14 m   t = 2,8 s

37 – a) $v_B = \sqrt{\frac{8\,g\,R}{3}}$ b) $\omega_B = \sqrt{\frac{8\,g}{3\,R}}$ c) $\omega_B = \omega_C$, $v_C = \sqrt{\frac{20}{3}\,g\,R}$

38 – d = 39,9 m

39 – $v_A = 4$ m/s

40 – $x_M = 0{,}304$ m

41 – a) $v = 1{,}82$ m/s   b) $L_{fr} = -40$ J

42 – $h = 25$ cm

43 – $\Phi = \arc\cos(10/17) = 54^{o}$

44 – $v = \sqrt{\dfrac{2mgL^3}{I_0 + mL^2}}\,\beta$

45 – $v_2 = 6{,}89$ m/s

46 – $fr = 117$ N

47 – $\omega = 2{,}48\ s^{-1}$

48 – a) $0{,}5\tan\alpha$ b) $0{,}5M\,g\,\text{sen}\alpha$

49 – $v = 1$ m/s

50 – a) $I_{MF} = 6$ N m s   b) $I = 0{,}075$ kg.m^2

51 – a) $\omega = (\pi/20)\ s^{-1} = 0{,}157\ s^{-1}$ b) $L_F = 0{,}0164$ J

52 – a) $\omega = 24{,}4\ s^{-1}$ b) 137 J

53 – $v_{CM} = v/2$; $\omega = v/3R$

54 – a) $t = 0{,}5$ s   ;   b) $v = 1$ m/s   ;   c) $fr = 10$ N y $fr = 0$ N

55 – a) $M_{p,A} = 0{,}048$ kg m^2/s (perpendicular entrante); $M_{p,B} = 0{,}064$ kg m^2/s (perpendicular saliente) ; $M_{p,C} = 0$ b) $M_{p,O} = 12{,}56$ kg m^2/s (hacia arriba)   c) $F = 6{,}28$ N

56 – a) $h = 2{,}7\,(R–r)$ b) $h = 2{,}5\,(R–r)$

57 – $h = 1{,}297$ m

58 – a) $\omega = 0{,}5\ s^{-1}$ b) $\Delta\alpha = \pi$

59 – a) **P** ; $\mathbf{M_P}$; Ec ; Ep ; E_M b) $m = \dfrac{L^2 M}{12d^2 + L^2}$ c) $m = 0{,}676$ kg

d) $v_m = 3{,}87$ m/s $v_M = 16{,}13$ m/s $\omega = 38{,}7\ s^{-1}$

60 – b) $\Delta E = -70$ J

$W_{F_{D,H}} = 3{,}12$ J

61 – a) $\omega = 0{,}053\ s^{-1}$ b) $\Delta Ec = 2{,}4$ J;   ~~Lh/d = -0,7. J~~

62 – $\Omega = 7{,}84\ s^{-1}$

---------------x--------------